Gara a Squadre di Fisica Femminile
Coppa IPAZIA

Liceo Scientifico De Giorgi, Lecce
20 Dicembre 2023

A cura dei Proff. Danielle Pieroni, Luigi Palatella e Rocco Chiuri.
Gli esercizi non sono originali, ma provengono tutti da vari libri di testo e archivi in rete.

Sponsorizzato con classe da:
SPSMANIFATTURE
EXCLUSIVE SERVICES FOR HAUTE COUTURE AND PRET-A-PORTER

- Il tempo disponibile per scegliere il Jolly è 15 minuti.
- Durante la prima ora la Capitana della squadra potrà rivolgere domande di chiarimento sul testo, tramite bigliettino.
- Se non diversamente richiesto, le risposte sono da fornire nelle unità del Sistema Internazionale.
- Per i calcoli, utilizzare per le costanti fondamentali i dati forniti in tabella. È sempre preferibile, quando possibile, svolgere l'esercizio in maniera algebrica (con le lettere) ed eseguire il calcolo alla fine. Se invece si fanno calcoli intermedi, conviene conservare più cifre possibili e arrotondare solo il risultato finale, in maniera da non propagare incertezze dovute ad arrotondamenti.
- I problemi a nostro avviso più difficili sono contrassegnati da un asterisco.
- Prima di girare pagina ricordate:

Nella vita o si vince o s'impara. Non si perde mai.
Nelson Mandela

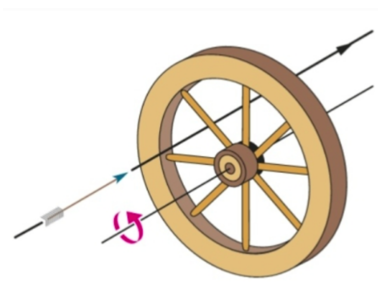
TABELLA DELLE COSTANTI FISICHE

Denominazione	Simbolo	Valore
Accelerazione gravitazionale terrestre	g	$9,81\ {}^{m}/_{s^2}$
Costante di gravitazione universale	G	$6,674 \times 10^{-11}\ {}^{m^3}/_{(kg \cdot s^2)}$
Densità acqua	ρ_{acqua}	$1,00 \times 10^3\ {}^{kg}/_{m^3}$
Densità aria	ρ_{air}	$1,29\ {}^{kg}/_{m^3}$
Densità acciaio inox 440	$\rho_{acciaio}$	$7,83 \times 10^3\ {}^{kg}/_{m^3}$
Indice di rifrazione dell'acqua	n_{acqua}	1,33
Calore specifico acqua	C_{acqua}	$4,187 \times 10^3\ {}^{J}/_{(kg \cdot K)}$

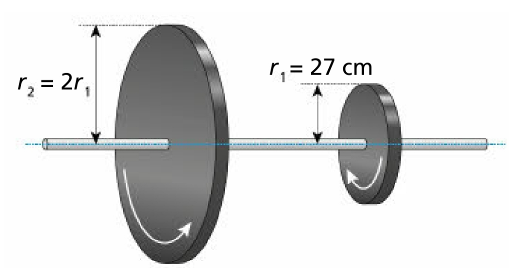
1. **Lucia che annaffia:** Lucia tiene in mano un tubo di gomma, con una sezione pari a 1,1 cm^2, da cui esce orizzontalmente un getto d'acqua che cade a 3,6 m di distanza dai piedi di Lucia (che si trovano sotto l'uscita del getto). Stringendo l'estremità del tubo, il getto arriva a 5,0 m. Supponendo che la portata non sia cambiata, qual è la sezione d'uscita in cm^2 del tubo, quando Lucia lo stringe?

2. **Una mosca fastidiosa:** due ciclisti partono da una distanza $D = 100$ km e si muovono l'uno verso l'altro. Il primo ciclista va ad una velocità di 30 km/h mentre il secondo va ad una velocità di 20 km/h. Al momento della loro partenza una mosca si stacca dal primo ciclista volando ad una velocità di 40 km/h verso il secondo ciclista. Quindi, una volta raggiunto torna indietro verso il primo ciclista con la stessa velocità e quindi ripete la stessa operazione. Quanta strada espressa in km avrà fatto la mosca quando i ciclisti si incontreranno?

3. **Sfida con ruota e freccia:** consideriamo una ruota a otto raggi di diametro 60 cm, montata su un assale fisso che gira a velocità angolare di 2,5 giri/s. Si vorrebbe (per gioco) tirare una freccia lunga 20 cm parallelamente all'asse della ruota in modo che attraversi la ruota senza toccare i raggi. Quale deve essere la velocità minima della freccia per potere riuscire nell'impresa?

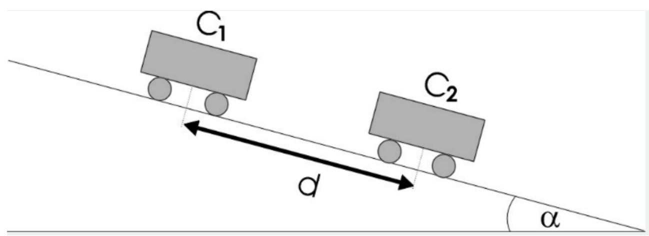


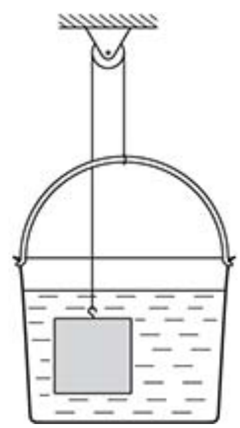
4. **Due dischi:** un sistema di trasmissione è costituito da due dischi di massa identica e raggio $r_1 = 27$ cm e $r_2 = 2\,r_1$ in rotazione attorno a una sbarra di massa trascurabile con la stessa velocità angolare, pari a 15 rad/s, ma in verso opposto. I due dischi vengono lentamente portati a contatto in modo da raggiungere la stessa velocità angolare. Qual è il valore di tale velocità?



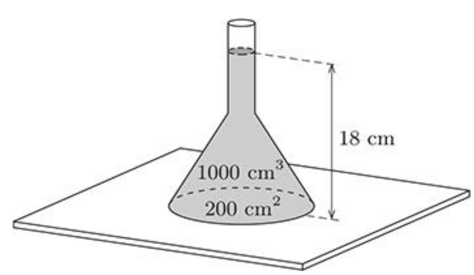
5. **Ci vuole potenza:** un'auto di massa 1900 kg percorre una strada a pendenza costante. Supponiamo che l'insieme delle forze di attrito che si oppongono al suo moto abbia lo stesso valore sia in salita che in discesa. In entrambi i versi la velocità dell'auto è 35 m/s.
   Tuttavia durante la fase di salita il motore deve sviluppare $\Delta P = 37$ kW di potenza in più per mantenere la velocità costante. Qual è la pendenza della strada? (Indicare come risposta l'angolo in gradi e decimali)

6. **Carri in pendenza:** due carri ferroviari C_1 e C_2 di masse m_1 e $m_2 = 2m_1$ sono liberi di muoversi senza attrito su un binario rettilineo inclinato di un angolo $\alpha = 0.05$ rad rispetto al piano orizzontale.
   Inizialmente i due carri si trovano come in figura a distanza $d = 20$ m l'uno dall'altro. Il carro C_1 si muove verso C_2 (quest'ultimo parte da fermo) con una velocità iniziale v_{10} =4,0 m/s. Con quale velocità si muoverà il carro C_2 dopo l'urto supponendo che nell'urto vada dissipata una frazione $q = 1\%$ dell'energia cinetica totale?



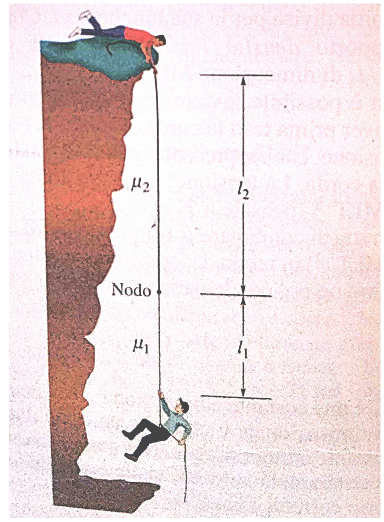


7. ***Secchio, cubetto di ferro e carrucola:** un cubo omogeneo di acciaio inox 440 avente volume 10^{-3} m^3 è appeso ad uno dei capi di una fune mentre l'altro capo è collegato ad un secchio di plastica di massa trascurabile contenente dell'acqua come in figura. La fune di massa trascurabile passa attraverso una carrucola ideale, mentre il cubo di acciaio è sospeso nell'acqua. Se il sistema è in equilibrio, quanti litri di acqua ci sono nel secchio?



8. ***L'imbuto capovolto:** un imbuto è posto capovolto su di un tavolo come in figura. All'interno delll'imbuto vengono posti $1000\ cm^3$ di acqua. L'area coperta dall'imbuto è di 200 cm^2, l'altezza dell'acqua è di 18 cm. Qual è la minima massa dell'imbuto affinché esso possa rimanere in equilibrio sul tavolo? (Dare la risposta in grammi).

9. **Appeso a due corde:** un alpinista rimasto bloccato si è imbragato con una corda di fortuna calatagli da un soccorritore. La fune consiste in due parti: la parte di lunghezza ℓ_1 e densità lineare di massa μ_1, e la parte di lunghezza $\ell_2 = 2\ell_1$, e densità lineare di massa $\mu_2 = 4\mu_1$. L'alpinista strattona l'estremo basso della fune (come segnale di "pronti") allo stesso momento in cui casualmente il soccorritore strattona l'estremo superiore.
A quale distanza dal soccorittore si sovvrappongono gli impulsi? Sappiamo che ℓ_1 =2,0 m (ricordiamo che un'onda si muove lungo una fune con velocità $v = \sqrt{T/\mu}$, dove T è la tensione della fune).



10. **La mongolfiera:** l'involucro, il cestello, le funi e il carico di una mongolfiera hanno massa complessiva $m = 132$ kg. Il volume del pallone è $V = 503$ m^3. A che temperatura bisogna scaldare l'aria dentro la mongolfiera (utilizzando un bruciatore situato sotto una larga apertura) per farla decollare? Assumere come temperatura ambiente il valore di $T_e = 20$°C. Dare la risposta in gradi centigradi (utilizzare 273,15 come costante per la conversione tra Kelvin e centigradi).

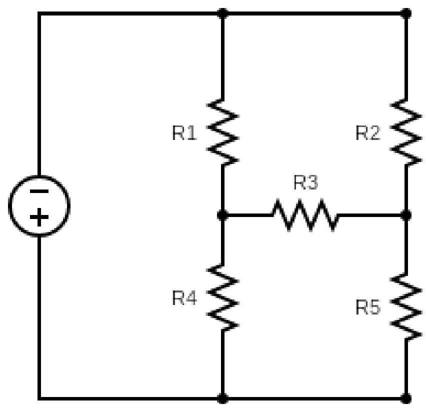
11. **Frammenti di razzo:** un razzo di prova di 100 kg viene sparato da un cannone inclinato di 45° con una velocità iniziale di 80,0 m/s. Durante il suo moto parabolico, il razzo esplode spezzandosi in due frammenti. Un frammento di 70,0 kg viene rinvenuto a una distanza di 100 m dal cannone. Sapendo che i due frammenti toccano terra nello stesso istante in modo che il cannone e i due punti di contatto siano allineati, determinare, trascurando gli attriti, in km, a quale distanza dal cannone si trova l'altro frammento.

12. **Quanto pesa un satellite?** Un satellite ha massa di 5850 kg e descrive un'orbita circolare a un'altezza di 4.1×10^5 m sopra la superficie di un pianeta. Il suo periodo orbitale è 2 ore. Il raggio del pianeta è 4.15×10^6 m. Qual è il peso del satellite quando è fermo sulla superficie del pianeta?

13. **All'ombra del palo:** un palo verticale lungo 2,00 m si erge dal fondo di una piscina fino a una quota di 50,0 cm sopra la superficie dell'acqua. La luce del sole incide con un angolo di 55,0° rispetto al piano orizzontale. Qual è la lunghezza dell'ombra del palo sul fondo piano della piscina (supposto orizzontale)?

14. **Papà, butta la pasta, la mamma sta arrivando:** Su un particolare fornello una pentola con 2,0 L d'acqua impiega 12 minuti a raggiungere l'ebollizione da temperatura ambiente 20°C. Quando butti 300 g di pasta osservi che occorrono 60 s prima che il sistema ritorni in equilibrio e all'ebollizione. Qual è il calore specifico della pasta?

15. **Rete di resistenze:** il generatore ideale $\mathcal{E}$ =18,0 V, è collegato a una rete di resistenze R_1 =12,0 Ω, R_2 =2,0 Ω, R_3 =6,0 Ω, R_4 =4,0 Ω e R_5 =2,0 Ω. Determina la potenza dissipata attraverso la resistenza R_3.



SOLUZIONI

1. **Lucia che annaffia:** la portata non cambia, quindi:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

dove v_1 e S_1 sono la velocità e la sezione dell'acqua prima che Lucia stringa, mentre v_2 e S_2 sono la velocità e la sezione dell'acqua dopo. Siccome i getti escono orizzontalmente, il loro tempo di volo è lo stesso (cadono dalla stessa altezza con la stessa velocità, 0 m/s, lungo la verticale). Dunque lungo la direzione orizzontale, essendo la distanza percorsa uguale a $v\Delta t$, si ha che $v_1/v_2 = 3.6/5.0$ che sostituita nell'espressione precedente fornisce:

$$S_2 = \frac{3.6}{5.0} S_1 \to S_2 \approx 0.79 \text{ cm}^2$$

2. **Una mosca fastidiosa:** i due ciclisti si incontrano all'istante t tale che:

$$(30 \text{ km/h}) \cdot t = 100 \text{ km} - (20 \text{ km/h}) \cdot t \to t = 2 \text{ h}$$

Durante questo intervallo di tempo la mosca avrà percorso una distanza:

$$\Delta s = (40 \text{ km/h}) \cdot (2 \text{ h}) = 80 \text{ km}$$

3. **Sfida con ruota e freccia:** per non toccare i raggi, la freccia deve entrare nella ruota in un tempo non superiore a

$$\Delta t = \frac{1/8 \text{ giri}}{2.5 \text{ giri/s}} = 0.050 \text{ s}$$

La velocità minima della freccia è quindi $v_{min} = \dfrac{20 \text{ cm}}{0,050 \text{ s}} = 400 \text{ cm/s} = 4.0 \text{ m/s}$.

4. **Due dischi:** il momento meccanico delle forze esterne agenti sul sistema è nullo, quindi il momento angolare si conserva: $I_2\,\omega_i - I_1\,\omega_i = (I_1 + I_2)\,\omega_f$, da cui:

$$\omega_f = \frac{(I_2 - I_1)\,\omega_i}{I_2 + I_1} = \frac{(1/2)mr_2^2 - (1/2)mr_1^2}{(1/2)mr_2^2 + (1/2)mr_1^2}\,\omega_i = \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^2 + r_1^2}\,\omega_i$$

e sapendo che $r_2 = 2r_1$ si ottiene

$$\omega_f = \frac{3}{5}\omega_i = \frac{3}{5}(15 \text{ rad/s}) = 9.0 \text{ rad/s}$$

nota: avendo i dischi la stessa massa, l'esercizio si poteva risolvere anche senza conoscere l'espressione esatta del momento di inerzia (cioè il fattore che moltiplica mr^2).

5. **Ci vuole potenza:** La velocità è costante quindi il tempo Δt impiegato durante la salita è uguale a quello impiegato durante la discesa. Inoltre durante ciascuna fase il lavoro svolto dalle forze esterne è nullo (teorema energia cinetica):
Fase di salita:
$$W_M^s - mg\sin\theta \cdot \ell - f_a \cdot \ell = 0$$
Fase di discesa:
$$W_M^d + mg\sin\theta \cdot \ell - f_a \cdot \ell = 0$$
dove ℓ indica la lunghezza del traggito, e W_M il lavoro svolto dal motore. Si ha quindi:
$$W_M^s = W_M^d + 2mg\sin\theta \cdot \ell$$
e dividendo entrambi i membri per Δt:
$$P_M^s = P_M^d + 2mgv\sin\theta \to \Delta P_M = 2mgv\sin\theta$$
In definitiva:
$$\theta = \arcsin\frac{\Delta P_M}{2mgv} \approx 1.625^\circ$$

6. **Carri in pendenza:** i due carri scendono dal piano inclinato con la stessa accelerazione $a = g\sin\alpha$. Nell'intervallo di tempo t prima dell'urto, C_1 ha percorso un tratto $s_M = v_{10}t + (a/2)t^2$, e C_2 un tratto $s_2 = (a/2)t^2$. Da cui:
$$s_1 - s_2 = d = v_{10}\,t \to t = 5\text{ s}$$
L'urto è parzialmente anelastico: conoscendo la percentuale di energia dissipata possiamo procedere ad un bilancio energetico:
$$99\%(m_1v_1^2 + m_2v_2^2) = m_1(v_1')^2 + m_2(v_2')^2$$
dove v_1' e v_2' sono le velocità dei carri dopo l'urto.
Sapendo che $v_1 = v_{10} + (g\sin\alpha)t$ e che $v_2 = (g\sin\alpha)t$, possiamo calcolare:
$v_1 = 6.45$ m/s e $v_2 = 2.45$ m/s.
Applicando il principio di conservazione della quantità di moto si ottiene:
$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$$
e ricordando che $m_2 = 2m_1$ si ottiene il seguente sistema:
$$\begin{cases} m_1v_1^{'} + m_2v_2^{'} = m_1v_1 + m_2v_2 = m_1(6.45 + 2\cdot 2.45) = 11.35m_1 \\ m_1v_1^{'2} + 2m_1v_2^{'2} = 0.99m_1\left(6.45^2 + 2\cdot 2.45^2\right) \end{cases}$$
semplificando m_1 e sostituendo la prima nella seconda si ha:
$$(11.35 - 2v_2')^2 + 2(v_2')^2 = 0.99(6.45^2 + 2\cdot 2.45^2)$$

che ha due soluzioni, di cui solo una è accettabile:

$$v_2' = 5.08\,\text{m/s}$$

7. **Secchio, cubetto di ferro e carrucola:** Se il sistema è in equilirio vuol dire che la somma delle forze che agiscono sul cubo di acciaio e sul fluido nel secchio deve essere nulla. Non va però dimenticato che se l'acqua esercita la spinta di Archimede sul cubo per il terzo principio il cubo esercita una reazione opposta sul fluido. Avremo quindi

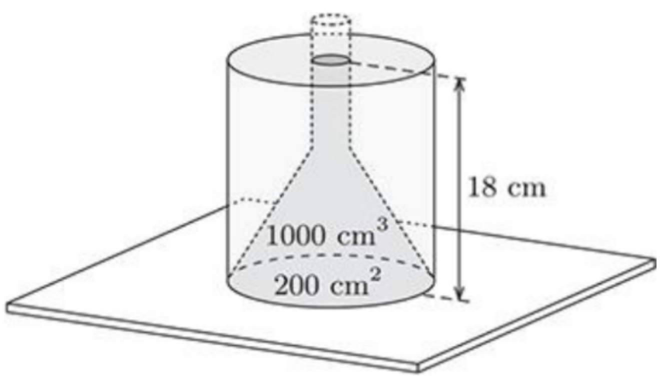
$$\begin{cases} T - mg + \rho g V = 0 \\ T - Mg - \rho g V = 0 \end{cases}$$

dove $m = 7.83 \cdot 10^3$ kg/m$^3 \cdot 10^{-3}$ m^3 $= 7.83$ kg è la massa del cubo, M quella dell'acqua e ρ la densità dell'acqua. Sommando membro a membro si ha

$$M = m - 2\rho V = 7.83 - 2 \cdot 1000 \cdot 10^{-3} = 5.83\,\text{kg}.$$

8. **L'imbuto capovolto** l'imbuto è soggetto alla pressione del fluido al suo interno e alla pressione atmosferica all'esterno. la pressione all'interno è maggiore per la legge di Stevino ed esercita una forza diretta perpendicolarmente alla superficie interna dell'imbuto. Questa forza ha una componente verticale non nulla in media che tende a sollevare l'imbuto. Quindi il problema chiede la massa minima dell'imbuto che possa vincere la risultante delle forze di pressione.

   Il calcolo richiederebbe un po' di analisi infinitesimale, però cè un bel trucco per aggirare il calcolo. Se noi pensiamo l'imbuto circondato da altra acqua in modo da formare un cilindro come in figura



   Avremo che la spinta del fluido sottostante dovrà essere in equilibrio con la spinta del fluido sovrastante aggiunte virtualmente. Questa volta però la risultante delle forze di pressione diventa facile da calcolare poiché essa sarà data dalla forza peso dell'acqua virtualmente aggiunta. Calcolando avremo

$$V_{acqua\ virtuale} = 18 \times 200 - 1000 = 2600\,\text{cm}^3$$

e quindi la massa minima dell'imbuto sarà $m = 2600$ g.

Soluzione alternativa: mettiamoci nella situazione in cui l'imbuto non si sta sollevando e scriviamo la risultante delle forze agenti lungo la verticale.
Per l'acqua abbiamo:

$$\rho_{acqua} V g + p_0 a - (p_0 + \rho_{acqua} h g) S + F_{imbuto} = 0$$

Abbiamo indicato con a la superficie della sezione trasversale del tubo dell'imbuto (vedi figura sotto), S l'area alla base, e h l'altezza dell'acqua. F_{imbuto} è la forza che l'imbuto esercita sull'acqua.
Per l'imbuto abbiamo:

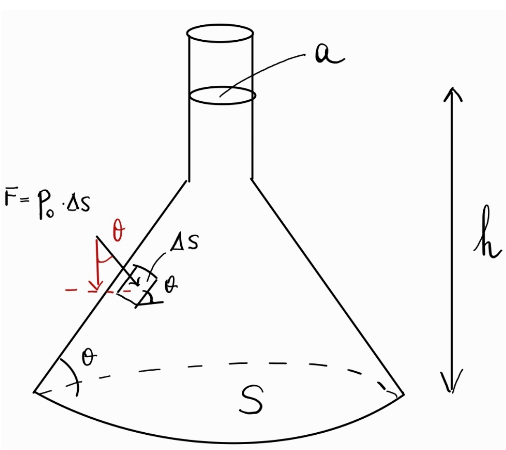
$$mg + F_{aria} - F_{imbuto} - N = 0$$

N essendo la reazione del piano sull'imbuto. Per calcolare la componente verticale F_{aria} della forza che l'aria esercita sull'imbuto, indichiamo con θ l'angolo formato dalla parete inclinata dell'imbuto rispetto all'orizzontale. La componete verticale della forza sarà la somma di tutti i contributi $p_0 \Delta s \cos\theta = p_0(S - a)$. Affinchè l'imbuto non si sollevi, deve essere $N \geq 0$, e ricavando F_{imbuto} dalla prima espressione, con le opportune sostituzioni otteniamo:

$$m \geq \rho_{acqua}(hS - V)$$

che fornisce il valore minimo della massa:

$$m \geq 2,6 \text{ kg}$$



9. **Appeso a due corde**

La velocità di un'onda in una fune di densità lineare μ sottoposta ad una tensione T è data da

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Le due funi sono attaccate "in serie" quindi hanno entrambe la stessa tensione T se la massa delle funi si può considerare trascurabile. Da $\mu_2 = 4\mu_1$ si deduce che a parità di tensione

$$v_1 = 2v_2$$

Ora succederà che l'impulso che parte dall'alpinista in un tempo

$$t_a = \frac{l_1}{v_1}$$

arriverà alla giunzione delle due corde. Nel frattempo l'altro impulso che viaggia con velocità $v_2 = v_1/2$, avrà percorso uno spazio $\ell_1/2$.
A questo punto i due impulsi si muoveranno alla stessa velocità e quindi si incontreranno nel punto medio del segmento che ha come estremi la giunzione delle due funi ed il punto a distanza $\ell_1/2$ dal soccorritore. Avremo quindi che i due impulsi si incontrano a distanza dal soccorritore pari a

$$\frac{\ell_1}{2} + \frac{1}{2}\left(\ell_2 - \frac{\ell_1}{2}\right) = \frac{\ell_1}{4} + \frac{\ell_2}{2} = \frac{5}{8}\ell_2$$

dove si è usata la relazione $\ell_2 = 2\ell_1$. Da ℓ_1 =2,0 m si ha quindi la risposta finale $\frac{5}{8}\ell_2 = \frac{5}{8}\cdot$4,0 = 2,5 m.

10. **La Mongolfiera** Affinché la mongolfiera si sollevi la spinta di Archimede che essa riceve per il fatto che è immersa nell'aria esterna a $T_e = 20$ C$^\circ$ (dalla tabella $\rho_{air} = 1.29$ kg/m^3) deve essere uguale al peso della mongolfiera "a vuoto" $m = 132$ kg e dell'aria contenuta nel pallone che avrà densità ρ_i. Quindi

$$mg + \rho_i gV = \rho_{air} gV \rightarrow \rho_i = \rho_{air} - \frac{m}{V} = 1.03 \text{ kg/m}^3.$$

Poiché la mongolfiera nella porzione sopra il bruciatore è aperta si può assumere che la pressione all'interno sia uguale a quella atmosferica, quindi a parità di pressione la densità sarà inversamente proporzionale alla temperatura assoluta. Da cui

$$T_i = T_e \frac{\rho_{air}}{\rho_i} = (20 + 273.15)\frac{1.29}{1.03} = 367,15 \text{ K} \simeq 94 \text{ C}^\circ.$$

11. **Frammenti di razzo:** Il centro di massa segue una traiettoria parabolica e la sua gittata vale:

$$x_{\text{cm}} = \frac{2v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g} = 0.652 \text{ km}$$

Quando i due frammenti sono caduti a terra, il centro di massa si trova nella posizione appena calcolata. Perciò, conoscendo la posizione di un frammento, possiamo calcolare la posizione dell'altro:

$$x_{\text{cm}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \rightarrow x_2 = \frac{x_{\text{cm}}(m_1 + m_2) - m_1 x_1}{m_2} = 1.94 \text{ km} \approx 1.9 \text{ km}$$

12. **Quanto pesa un satellite?:** Il quadrato della velocità orbitale del satellite è:

$$v^2 = \frac{GM}{R+h}$$

dove R è il raggio del pianeta di massa M e h l'altezza del satellite rispetto al suolo. Dalla relazione $v = 2\pi(R+h)/T$, si ricava la massa del pianeta: $M \approx 1.08 \times 10^{24}$ kg, con la quale si può calcolare il peso del satellite sul pianeta:

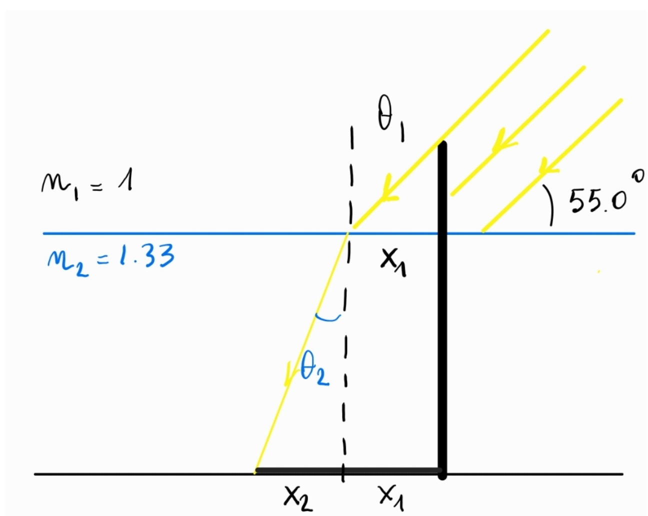
$$P = \frac{GmM}{R^2} = 2.45 \times 10^4 \text{ N}.$$

13. **All'ombra del palo:** facendo riferimento alla figura, noto l'angolo di incidenza $\theta_1 = 90.0° - 55.0° = 35.0°$ si determina dalla legge di Snell il valore dell'angolo rifratto:

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{1}{n_2}\sin\theta_1\right) = 25.6°$$

Dai valori degli angoli e dalle lunghezze $h_1 = 0.50$ m e $h_2 = 1.5$ m, si calcolano i tratti orizzontali x_1 e x_2, e si ricava la lunghezza dell'ombra come la loro somma:

$$x_1 + x_2 = \frac{0.50 \text{ m}}{\tan 55°} + (1.5 \text{ m}) \tan 25.6° \approx 1.07 \text{ m}$$



14. **Papà, butta la pasta, la mamma sta arrivando:** La potenza fornita dal fornello è:

$$P = \frac{m_{acqua} c_{acqua} (T_f - T_i)}{\Delta t_{acqua}} = 930 \text{ W}$$

dal quale si ricava il calore specifico della pasta:

$$c_{pasta} = \frac{P \Delta t_{pasta}}{m_{pasta}(T_f - T_i)} = 2325 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

15. **Rete di resistenze:** applicando le leggi di Kirchhoff, scegliendo arbitrariamente il verso delle correnti come in figura, si ottiene il seguente sistema di equazioni:
$\mathcal{E} - R_1 i_1 - R_4 i_4 = 0$
$R_1 i_1 + R_3 i_3 - R_2 i_2 = 0$
$R_3 i_3 + R_5 i_5 - R_4 i_4 = 0$
$i_5 = i_2 + i_3$
$i_1 = i_3 + i_4$
che risolto fornisce $i_3 = -0.45$ A (quindi la corrente scorre nel verso opposto ruspetto alla figura). Da cui la potenza dissipata nella resistenza R_3:

$$P_3 = (i_3)^2 R_3 = 1.215 \text{ W}$$